

Линеаризованная модель ОРГ

Финансовый баланс рынка с учетом

потерь и системных ограничений

Рассм. задачу ОРГ с нелинейными

потерями и линеаризованными

ограничениями на перетоки

$$c^T p \rightarrow \min$$

$$[\lambda_0] \quad e^T p + \ell(p) = 0$$

$$\nabla_p^T f_s(0) p \leq \bar{f}$$

$$p \in P$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_s(p) \text{ линеаризованный} \\ \text{в т. } p=0, \quad f_s(0)=0 \end{array} \right\}$$

p^* - оптимальное решение

$$\lambda^* = \lambda_0 (e + \nabla_p \ell(p^*)) + \sum_s \alpha_s \nabla_p f_s(0) -$$

- вектор узловых цен

Финансовый баланс: $\lambda^{*\top} p^* \geq 0$

Док-во: Т.к. $\ell(p)$ - выпуклая функция $\Rightarrow$

$$\ell(0) - \ell(p^*) \geq \nabla_p^T \ell(p^*) (0 - p^*)$$

$0''$

$$\nabla_p^T \ell(p^*) p^* \geq \ell(p^*)$$

$$\begin{aligned}
\text{Target } \lambda^{\star T} p^{\star} &= \left(\lambda_0^{\star} (e + \nabla_p \ell(p^{\star})) + \sum_s \alpha_s \nabla_p f_s(o) \right)^T p^{\star} \\
&= \lambda_0^{\star} (e^T + \nabla_p^T \ell(p^{\star})) p^{\star} + \sum_s \alpha_s \nabla^T f_s(o) p^{\star} \\
&\geq \underbrace{\lambda^{\star} (e^T p^{\star} + \ell(p^{\star}))}_{0} + \begin{cases} 0, & \nabla^T f_s(o) p^{\star} < \bar{f}_s \\ \alpha_s \bar{f}_s, & \nabla^T f_s(o) p^{\star} = \bar{f}_s \end{cases} \\
&= \sum_s \alpha_s \bar{f}_s \geq 0 \quad \text{r.t.g.}
\end{aligned}$$

Модель с линеаризованными потерями
и ограничениями на переток

1. Линеаризуем ограничение баланса
в окрестности некоторого решения p^0

$$e^T(p^0 + \Delta p) + \ell(\check{p} + \Delta p) = \underbrace{e^T p^0 + \ell(p^0)}_{=0} + \\ + e^T \Delta p + \nabla^T \ell(p^0) \Delta p = 0$$

$\Uparrow$

$$e^T \Delta p + \nabla^T \ell(p^0) \Delta p = 0$$

2. Рассмотрим минимизируемую задачу

$$c^T \Delta p \rightarrow \min$$

$$c^T \Delta p + \nabla^T \ell(p^0) \Delta p = 0$$

$$\nabla^T f_s(p^0) \Delta p \leq \overline{f_s} - f_s(p^0)$$

$$p^0 + \Delta p \in P$$

Пример (продолжение)

Рассмотрим какой-либо сложившийся сбалансированный электрический режим (например, $p^* = (8.5, 19, 26)^T$)

Возьмем градиент потерь $\nabla \ell(p^*) =$

$$\nabla^2 \ell(p^*) p^* = r \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} p_1^* \\ p_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64r \\ 71r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial \ell / \partial p_1 \\ \partial \ell / \partial p_2 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ r \sim 10^{-3} \Rightarrow \frac{\partial \ell}{\partial p_1} \sim 0.06, \quad \frac{\partial \ell}{\partial p_2} \sim 0.07 \right\}$$

$$\Delta p_0 + 2\Delta p_1 \rightarrow \min$$

$$1.07\Delta p_2 - \Delta p_0 - 1.06\Delta p_1 = 0$$

$$-1/3\Delta p_1 + 2/3\Delta p_2 \leq 0$$

$$0 \leq 8.5 + \Delta p_0 \leq 10, \quad 0 \leq 19 + \Delta p_1 \leq 20$$

Как изменится режим сети

— перетоки мощности

← потери

при изменении узловых нагрузок

Рассмотрим, например, снижение потребления $\Delta P_2 = -10$

Оптимальное перераспределение нагрузок генераторов: $\Delta P_0 = 0$, $\Delta P_1 = 1.07 \Delta P_2 / 1.06 \sim$

$\sim 1.01 \Delta P_2 = -10.1 \Rightarrow$ потери в системе сократились на 0.1

Проверим выполнение ограничения:

$$\Delta f_s = -\frac{1}{3} \Delta P_1 + \frac{2}{3} \Delta P_2 = \frac{1}{3} 10.1 - \frac{2}{3} 10 = -3.3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ переток снизился на 3.3

Представление для узловой цены в
задаче OPF общего вида

Условие ККТ для OPF в редукционированной
форме:

$$\frac{\partial L}{\partial p} = c - \lambda_0(e + \nabla_p \ell) + G^T D f + \pi = 0$$

Вектор узловых цен = $\lambda_0(e + \nabla_p \ell) - G^T D f$

$$\lambda_i = \lambda_0 \left(1 + \frac{\partial \ell}{\partial p_i} \right) - \sum_{j=1}^S G_j \frac{\partial f_j}{\partial p_i} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{ЭЛ.Т м.у.} \\ \text{сетевых} \\ \text{коэффициентов} \end{array}$$

К-т потерь: показывает прирост потерь
при приросте нагрузки в i -м узле